Die Konstanten A und C berechnen wir aus dem Gleichungsstystem

$$\left.\begin{array}{lrcl} (*) & A - C & = & -1 \\ (**) & 3A + C & = & 1 \end{array}\right\} +$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

$$4A = 0 \Rightarrow A = 0$$

$$(*) \Rightarrow 0 - C = -1 \Rightarrow C = 1$$

Damit besitzen die vier Konstanten die folgenden Werte:

$$A = 0, \qquad B = 1, \qquad C = 1, \qquad D = 3$$

Die *Partialbruchzerlegung* der Bildfunktion $F(s)$ lautet damit:

$$F(s) = \frac{s^3 + 2s^2 - 4s + 4}{s^4 - 4s^3 + 4s^2} = \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s-2} + \frac{3}{(s-2)^2}$$

Gliedweise Rücktransformation nach der Transformationstabelle aus Abschnitt 4.2 führt dann zu der folgenden Lösung (Originalfunktion):

$$f(t) = \mathscr{L}^{-1}\{F(s)\} = \mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2} + \frac{1}{s-2} + \frac{3}{(s-2)^2}\right\} =$$

$$= \mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\right\} + \mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s-2}\right\} + 3 \cdot \mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{1}{(s-2)^2}\right\} =$$

$$= t + \mathrm{e}^{2t} + 3t \cdot \mathrm{e}^{2t} = t + (1 + 3t) \cdot \mathrm{e}^{2t} \qquad \blacksquare$$

4.2 Tabelle spezieller Laplace-Transformationen

Die nachfolgende Tabelle enthält einige in den Anwendungen besonders häufig auftretende Funktionenpaare (Korrespondenzen).

Tabelle: Spezielle Laplace-Transformationen

Bildfunktion $F(s)$	Originalfunktion $f(t)$
(1) 1	$\delta(t)$
(2) $\frac{1}{s}$	1 (Sprungfunktion $\sigma(t)$)
(3) $\frac{1}{s-a}$	e^{at}
(4) $\frac{1}{s^2}$	t

Tabelle: Spezielle Laplace-Transformationen (Fortsetzung)

(5)	$\dfrac{1}{s\,(s-a)}$	$\dfrac{\mathrm{e}^{at}-1}{a}$
(6)	$\dfrac{1}{(s-a)^2}$	$t\cdot\mathrm{e}^{at}$
(7)	$\dfrac{1}{(s-a)\,(s-b)}$	$\dfrac{\mathrm{e}^{at}-\mathrm{e}^{bt}}{a-b}$
(8)	$\dfrac{s}{(s-a)^2}$	$(1+at)\cdot\mathrm{e}^{at}$
(9)	$\dfrac{s}{(s-a)\,(s-b)}$	$\dfrac{a\cdot\mathrm{e}^{at}-b\cdot\mathrm{e}^{bt}}{a-b}$
(10)	$\dfrac{1}{s^3}$	$\dfrac{1}{2}\,t^2$
(11)	$\dfrac{1}{s^2\,(s-a)}$	$\dfrac{\mathrm{e}^{at}-at-1}{a^2}$
(12)	$\dfrac{1}{s\,(s-a)^2}$	$\dfrac{(at-1)\cdot\mathrm{e}^{at}+1}{a^2}$
(13)	$\dfrac{1}{(s-a)^3}$	$\dfrac{1}{2}\,t^2\cdot\mathrm{e}^{at}$
(14)	$\dfrac{s}{(s-a)^3}$	$\left(\dfrac{1}{2}\,at^2+t\right)\cdot\mathrm{e}^{at}$
(15)	$\dfrac{s^2}{(s-a)^3}$	$\left(\dfrac{1}{2}\,a^2t^2+2at+1\right)\cdot\mathrm{e}^{at}$
(16)	$\dfrac{1}{s^n}\quad(n=1,2,3,\ldots)$	$\dfrac{t^{n-1}}{(n-1)!}$
(17)	$\dfrac{1}{(s-a)^n}\quad(n=1,2,3,\ldots)$	$\dfrac{t^{n-1}\cdot\mathrm{e}^{at}}{(n-1)!}$
(18)	$\dfrac{1}{s^2+a^2}$	$\dfrac{\sin(at)}{a}$
(19)	$\dfrac{s}{s^2+a^2}$	$\cos(at)$

Tabelle: Spezielle Laplace-Transformationen (Fortsetzung)

(20)	$\dfrac{(\sin b)\cdot s + a\cdot\cos b}{s^2 + a^2}$	$\sin(a\,t + b)$
(21)	$\dfrac{(\cos b)\cdot s - a\cdot\sin b}{s^2 + a^2}$	$\cos(a\,t + b)$
(22)	$\dfrac{1}{(s-b)^2 + a^2}$	$\dfrac{\mathrm{e}^{b\,t}\cdot\sin(a\,t)}{a}$
(23)	$\dfrac{s-b}{(s-b)^2 + a^2}$	$\mathrm{e}^{b\,t}\cdot\cos(a\,t)$
(24)	$\dfrac{1}{s^2 - a^2}$	$\dfrac{\sinh(a\,t)}{a}$
(25)	$\dfrac{s}{s^2 - a^2}$	$\cosh(a\,t)$
(26)	$\dfrac{1}{(s-b)^2 - a^2}$	$\dfrac{\mathrm{e}^{b\,t}\cdot\sinh(a\,t)}{a}$
(27)	$\dfrac{s-b}{(s-b)^2 - a^2}$	$\mathrm{e}^{b\,t}\cdot\cosh(a\,t)$
(28)	$\dfrac{1}{s(s^2 + 4a^2)}$	$\dfrac{\sin^2(a\,t)}{2a^2}$
(29)	$\dfrac{s^2 + 2a^2}{s(s^2 + 4a^2)}$	$\cos^2(a\,t)$
(30)	$\dfrac{s}{(s^2 + a^2)^2}$	$\dfrac{t\cdot\sin(a\,t)}{2a}$
(31)	$\dfrac{s^2 - a^2}{(s^2 + a^2)^2}$	$t\cdot\cos(a\,t)$
(32)	$\dfrac{s}{(s^2 - a^2)^2}$	$\dfrac{t\cdot\sinh(a\,t)}{2a}$
(33)	$\dfrac{s^2 + a^2}{(s^2 - a^2)^2}$	$t\cdot\cosh(a\,t)$
(34)	$\arctan\left(\dfrac{a}{s}\right)$	$\dfrac{\sin(a\,t)}{t}$